

Bayes Teoremi Nedir?

Çalışma Kağıdı

Bayes Teoremi, $P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B)$ formülü ile ifade edilir ve bir olayın (A) gerçekleştiği bilindiğinde başka bir olayın (B) gerçekleşme olasılığını hesaplamak için kullanılır.

$$P(A|B) = P(B|A) \cdot P(A)/P(B)$$

$P(A|B)$ = B olayı gerçekleştiğinde A olayının gerçekleşme olasılığı (sonsal olasılık)

$P(B|A)$ = A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığı (olabilirlik)

$P(A)$ = A olayının önsel olasılığı

$P(B)$ = B olayının önsel olasılığı (toplam olasılık)

Sorular

1. Bayes Teoremi, olasılıkları güncellerken hangi tür bilgiyi kullanır?
A) Sadece gelecekteki verileri
B) Yeni kanıtları ve önsel olasılıkları
C) Sadece geçmişteki olayların sıklığını
D) Gözlemlenmeyen teorik olasılıkları
2. $P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B)$ formülünde, $P(B)$ genellikle nasıl hesaplanır?
A) $P(B|A)$
B) $P(A) * P(B|A)$
C) Toplam olasılık formülü ile (Tüm olası koşullar altında $P(B)$ 'nin toplamı)
D) Sadece $P(A)$ ile
3. Bir hastalık teşhis testinde, testin doğru sonuç verme oranı yüksek olsa bile, hastalığın nadir görülmesi durumunda pozitif çıkan bir testin kişiyi gerçekten hasta yapma olasılığı neden düşük olabilir?
A) Testin hatalı olması
B) Hastalığın çok yaygın olması
C) Yanlış pozitif oranının yüksek olması ve hastalığın düşük önsel olasılığı
D) Testin hiç çalışmaması
4. Bir hastanede, belirli bir hastalığa sahip olanların %99'unun test sonucunun pozitif çıktığı, hastalığa sahip olmayanların ise %5'inin yanlışlıkla pozitif çıktığı biliniyor. Nüfusun %1'inde bu hastalık bulunuyor. Rastgele seçilen bir kişinin test sonucu pozitif çıkarsa, bu kişinin gerçekten hasta olma olasılığı nedir?
5. Bir fabrikada iki makine (M1 ve M2) ürün üretmektedir. M1, toplam üretimin %60'ını, M2 ise %40'ını üretmektedir. M1'in ürettiği ürünlerin %2'si, M2'nin ürettiği ürünlerin ise %5'i kusurludur. Rastgele seçilen bir ürün kusurlu çıkarsa, bu ürünün M1 makinesinden gelme olasılığı nedir?
6. Tanımla: Bayes Teoremi'nin temel amacı nedir?
7. Tanımla: Bayes Teoremi'nin formülündeki $P(A)$ neyi ifade eder?
8. Tanımla: Bayes Teoremi'nin formülündeki $P(B|A)$ neyi ifade eder?

Cevap Anahtarı

1. B) Yeni kanıtları ve önsel olasılıkları — Bayes Teoremi, mevcut (önsel) olasılıkları yeni elde edilen kanıtlarla birleştirerek güncellenmiş (sonsal) olasılıkları hesaplar.
2. C) Toplam olasılık formülü ile (Tüm olası koşullar altında $P(B)$ 'nin toplamı) — $P(B)$ (toplam olasılık), B olayının gerçekleşebileceği tüm olası senaryolar üzerinden hesaplanır. Örneğin, $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A')$ şeklinde.
3. C) Yanlış pozitif oranının yüksek olması ve hastalığın düşük önsel olasılığı — Hastalık nadir ise (düşük $P(A)$), yanlış pozitiflerin (hastası olmayan ama testi pozitif çıkanlar) sayısı, doğru pozitiflerin (hastası olan ve testi pozitif çıkanlar) sayısına oranla daha fazla olabilir. Bu durum, $P(A|B)$ 'yi düşürür.
4. 1. Olayları tanımla: A = Kişinin hasta olması, B = Test sonucunun pozitif çıkması. 2. Verilen olasılıkları belirle: $P(A) = 0.01$, $P(B|A) = 0.99$, $P(B|A') = 0.05$ (A' = Kişinin hasta olmaması). 3. $P(B)$ (toplam olasılık) hesapla: $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A') = 0.99 * 0.01 + 0.05 * (1 - 0.01) = 0.0099 + 0.0495 = 0.0594$. 4. Bayes Teoremi'ni uygula: $P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B) = (0.99 * 0.01) / 0.0594 = 0.0099 / 0.0594 \approx 0.1667$.
5. 1. Olayları tanımla: A = Ürünün M1'den gelmesi, B = Ürünün kusurlu olması. 2. Verilen olasılıkları belirle: $P(A) = 0.60$, $P(B|A) = 0.02$, $P(A') = 0.40$ (A' = Ürünün M2'den gelmesi), $P(B|A') = 0.05$. 3. $P(B)$ hesapla: $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A') = 0.02 * 0.60 + 0.05 * 0.40 = 0.012 + 0.020 = 0.032$. 4. Bayes Teoremi'ni uygula: $P(A|B) = [P(B|A) * P(A)] / P(B) = (0.02 * 0.60) / 0.032 = 0.012 / 0.032 = 0.375$.
6. Geçmiş bilgilere dayanarak yeni kanıtlarla bir olayın olasılığını güncellemek.
7. A olayının önsel olasılığı (herhangi bir ek bilgi olmadan gerçekleşme olasılığı).
8. A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığı (olabilirlik).

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.