

Türevlerin Uygulamaları Nelerdir?

Çalışma Kağıdı

Türevlerin temel uygulamaları arasında fonksiyonların artan veya azalan olduğu aralıkları belirleme, yerel ve mutlak ekstremum (maksimum ve minimum) noktalarını bulma, fonksiyon grafiklerinin çizimi ve çeşitli optimizasyon problemleri yer alır.

$f'(x) > 0$ implies $f(x)$ artan, $f'(x) < 0$ implies $f(x)$ azalan

$f'(x)$ = Fonksiyonun türevi (Yok)

Sorular

- $f(x) = x^3 - 3x^2$ fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?
A) $(-\infty, 0)$
B) $(0, 2)$
C) $(2, \infty)$
D) $(-\infty, \infty)$
- $f(x) = x^2 + 6x + 5$ fonksiyonunun yerel minimum noktası hangi x değerindedir?
A) -3
B) 0
C) 3
D) 6
- Bir dikdörtgenin çevresi 40 cm'dir. Bu dikdörtgenin alanının maksimum olması için uzun kenarı kaç cm olmalıdır?
A) 5
B) 10
C) 15
D) 20
- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.
- $f(x) = x^2 - 4x + 3$ fonksiyonunun yerel minimum noktasını bulunuz.
- Bir kenarı x metre olan kare şeklindeki bir bahçenin çevresine 100 metre tel çekilecektir. Bahçenin alanının maksimum olması için x kaç metre olmalıdır?
- Tanımla: Bir fonksiyonun türevinin pozitif olması ne anlama gelir?
- Tanımla: Bir fonksiyonun türevinin negatif olması ne anlama gelir?
- Tanımla: Yerel ekstremum noktaları nasıl bulunur?

Cevap Anahtarı

1. B) $(0, 2)$ — $f'(x) = 3x^2 - 6x$. $f'(x) < 0$ olmalı. $3x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$. Yani $(0, 2)$ aralığında azalandır.
2. A) -3 — $f'(x) = 2x + 6$. $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3$. İkinci türev $f''(x) = 2 > 0$ olduğundan yerel minimumdur.
3. B) 10 — Çevre: $2a + 2b = 40 \Rightarrow a + b = 20 \Rightarrow b = 20 - a$. Alan: $A = a * b = a(20 - a) = 20a - a^2$. $A'(a) = 20 - 2a$. $A'(a) = 0 \Rightarrow a = 10$. $b = 20 - 10 = 10$. Kare olur, yani uzun kenar 10 cm'dir.
4. 1. Fonksiyonun türevini alın: $f'(x) = 3x^2 - 12x$. 2. Türevi 0'a eşitleyerek kritik noktaları bulun: $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $x = 4$. 3. Türevin işaret tablosunu oluşturun: $x < 0$ için $f'(x) > 0$ (artan), $0 < x < 4$ için $f'(x) < 0$ (azalan), $x > 4$ için $f'(x) > 0$ (artan). Sonuç: Fonksiyon $(-\infty, 0)$ ve $(4, \infty)$ aralıklarında artan, $(0, 4)$ aralığında azalandır.
5. 1. Fonksiyonun türevini alın: $f'(x) = 2x - 4$. 2. Türevi 0'a eşitleyerek kritik noktayı bulun: $2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$. 3. İkinci türevi kontrol edin: $f''(x) = 2$. $f''(2) = 2 > 0$ olduğu için $x = 2$ noktasında yerel minimum vardır. 4. Minimum değerini hesaplayın: $f(2) = 2^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$. Sonuç: Fonksiyonun yerel minimum noktası $(2, -1)$ 'dir.
6. 1. Çevre denklemini kurun: $4x = 100 \Rightarrow x = 25$. 2. Alan denklemini yazın: $A(x) = x^2$. 3. Bu problemde çevrenin sabit olması alanın maksimize edilmesi için tek bir çözüm olduğunu gösterir. Eğer problem farklı olsaydı, türev kullanılabilirdi. Örneğin, çevresi 100m olan bir dikdörtgenin alanının maksimize edilmesi gibi. Bu özel durumda, $x=25m$ olmalıdır.
7. Fonksiyonun o aralıkta artan olduğu anlamına gelir.
8. Fonksiyonun o aralıkta azalan olduğu anlamına gelir.
9. Fonksiyonun türevi alınır, sıfıra eşitlenerek kritik noktalar bulunur ve bu noktalarda türevin işareti incelenir veya ikinci türev testi uygulanır.

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.