

Skaler Çarpım ve Vektörler Arasındaki Açı Nedir?

Çalışma Kağıdı

Skaler çarpım, iki vektörün birbirine göre konumunu belirleyen ve skaler bir değer (sayı) üreten bir işlemdir. Vektörler arasındaki açı ise, bu skaler çarpım formülü kullanılarak hesaplanır.

$$\text{veca} \cdot \text{vecb} = |\text{veca}| |\text{vecb}| \cos \theta$$

veca = Vektör a

vecb = Vektör b

|veca| = Vektör a'nın büyüklüğü

|vecb| = Vektör b'nin büyüklüğü

θ = Vektörler arasındaki açı (derece veya radyan)

Sorular

1. veca = (3, 4) ve vecb = (-4, 3) vektörleri arasındaki açı nedir?

- A) 0°
- B) 45°
- C) 90°
- D) 180°

2. Aşağıdakilerden hangisi skaler çarpımın özelliklerinden biri DEĞİLDİR?

- A) Skaler çarpım değişme özelliğine sahiptir: $\text{veca} \cdot \text{vecb} = \text{vecb} \cdot \text{veca}$.
- B) Skaler çarpım, bir skaler (sayı) sonucunu verir.
- C) Skaler çarpım, vektörel bir sonuç verir.
- D) Dağılma özelliği vardır: $\text{veca} \cdot (\text{vecb} + \text{vecc}) = \text{veca} \cdot \text{vecb} + \text{veca} \cdot \text{vecc}$.

3. Eğer iki vektörün skaler çarpımı pozitif ise, aralarındaki açı hangi aralıktadır?

- A) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$
- B) $\theta = 90^\circ$
- C) $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$
- D) Her zaman 0°

4. Aşağıdaki vektörler arasındaki açıyı bulunuz: vecu = (2, 1) ve vecv = (1, 3).

5. Büyüklükleri 4 birim ve 6 birim olan iki vektör arasındaki açı 60° ise, bu vektörlerin skaler çarpımı kaçtır?

6. Tanımla: Skaler Çarpım Nedir?

7. Tanımla: Vektörler Arasındaki Açının Kosinüsü Nasıl Bulunur?

8. Tanımla: Dik Vektörlerin Skaler Çarpımı Nedir?

Cevap Anahtarı

1. C) 90° — Skaler çarpımları: $(3)(-4) + (4)(3) = -12 + 12 = 0$. Skaler çarpımın 0 olması, vektörlerin dik olduğunu gösterir, yani aralarındaki açı 90° 'dir.
2. C) Skaler çarpım, vektörel bir sonuç verir. — Skaler çarpımın sonucu bir skaler (sayı)dır, vektör değildir. Vektörel çarpımın sonucu vektördür.
3. A) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ — Skaler çarpım formülü $\text{veca} \cdot \text{vecb} = |\text{veca}| |\text{vecb}| \cos \theta$ 'dir. Vektör büyüklükleri pozitif olduğundan, skaler çarpımın pozitif olması için $\cos \theta$ 'nin pozitif olması gerekir. Kosinüs fonksiyonu 0° ile 90° (hariç) arasında pozitiftir.
4. Vektörlerin skaler çarpımını hesaplayın: $\text{vecu} \cdot \text{vecv} = (2)(1) + (1)(3) = 2 + 3 = 5$. Vektörlerin büyüklüklerini hesaplayın: $|\text{vecu}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ve $|\text{vecv}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$. Skaler çarpım formülünü kullanarak açığı bulun: $5 = \sqrt{5} \sqrt{10} \cos \theta$ implies $5 = \sqrt{50} \cos \theta$ implies $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Bu değer $\cos 45^\circ$ 'e eşittir. Dolayısıyla, vektörler arasındaki açı 45° 'dir.
5. Skaler çarpım formülünü kullanın: $\text{veca} \cdot \text{vecb} = |\text{veca}| |\text{vecb}| \cos \theta$. Verilen değerleri formülde yerine koyun: $\text{veca} \cdot \text{vecb} = (4)(6) \cos 60^\circ$. Hesaplamayı yapın: $\text{veca} \cdot \text{vecb} = 24 \times \frac{1}{2} = 12$.
6. İki vektörün birbirine göre konumunu belirleyen ve skaler bir değer üreten işlemdir. Formülü: $\text{veca} \cdot \text{vecb} = |\text{veca}| |\text{vecb}| \cos \theta$.
7. Skaler çarpım formülünden $\cos \theta = \frac{\text{veca} \cdot \text{vecb}}{|\text{veca}| |\text{vecb}|}$ şeklinde elde edilir.
8. Dik vektörler arasındaki açı 90° olduğundan $\cos 90^\circ = 0$ 'dir. Bu nedenle dik vektörlerin skaler çarpımı her zaman 0'dır.

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.