

Yarım Açı Formülleri Nedir?

Çalışma Kağıdı

Yarım açı formülleri, sinüs, kosinüs ve tanjant fonksiyonları için, bir açının yarısının trigonometrik değerlerini, o açının trigonometrik değerleri cinsinden ifade eden bağıntılardır.

$$\sin(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1 - \cos(\alpha))/2}, \text{quad} \cos(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1 + \cos(\alpha))/2}$$

α = Açı (derece veya radyan)

Sorular

1. $\cos(210^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ise $\cos(105^\circ)$ değeri nedir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
- B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
- D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Aşağıdakilerden hangisi $\tan(75^\circ)$ için yarım açı formülü kullanılarak elde edilebilir?

- A) $\frac{\sin(150^\circ)}{1 + \cos(150^\circ)}$
- B) $\frac{1 - \cos(150^\circ)}{\sin(150^\circ)}$
- C) $\frac{\sin(150^\circ)}{1 - \cos(150^\circ)}$
- D) $\frac{1 + \cos(150^\circ)}{\sin(150^\circ)}$

3. $\sin(180^\circ) = 0$ ise $\sin(90^\circ)$ 'ı yarım açı formülü ile hesaplayınız.

- A) 1
- B) -1
- C) 0
- D) Tanımsız

4. $\cos(120^\circ) = -1/2$ olduğuna göre, $\sin(60^\circ)$ değerini yarım açı formülü ile bulunuz.

5. $\sin(30^\circ) = 1/2$ olduğuna göre, $\cos(15^\circ)$ değerini yarım açı formülü ile bulunuz.

6. Tanımla: Sinüs Yarım Açı Formülü

7. Tanımla: Kosinüs Yarım Açı Formülü

8. Tanımla: Tanjant Yarım Açı Formülü (1)

Cevap Anahtarı

1. B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -105^\circ$ açısı 2. bölgede olduğu için kosinüs değeri negatiftir.
 $\cos(105^\circ) = -\sqrt{\frac{1 + \cos(210^\circ)}{2}} = -\sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$
2. A) $\frac{\sin(150^\circ)}{1 + \cos(150^\circ)} = \tan(\alpha/2) = \sin(\alpha)/(1 + \cos(\alpha))$ formülünde $\alpha = 150^\circ$ alınırsa $\alpha/2 = 75^\circ$ olur.
3. A) $1 - \sin(90^\circ) = \sqrt{\frac{1 - \cos(180^\circ)}{2}} = \sqrt{(1 - (-1))/2} = \sqrt{2/2} = \sqrt{1} = 1$. (90° 1. bölgede sinüs pozitifdir.)
4. 1. Yarım açı formülünde $\alpha = 120^\circ$ alırsak, $\alpha/2 = 60^\circ$ olur.
2. $\sin(60^\circ) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos(120^\circ)}{2}}$ formülünü kullanırız.
3. $\cos(120^\circ) = -1/2$ değerini yerine koyarız: $\sin(60^\circ) = \pm\sqrt{(1 - (-1/2))/2} = \pm\sqrt{(3/2)/2} = \pm\sqrt{3/4} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. 60° açısı 1. bölgede olduğu için sinüs değeri pozitifdir. Bu nedenle $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.
5. 1. Yarım açı formülünde $\alpha = 30^\circ$ alırsak, $\alpha/2 = 15^\circ$ olur.
2. $\cos(15^\circ) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos(30^\circ)}{2}}$ formülünü kullanırız.
3. $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ değerini yerine koyarız: $\cos(15^\circ) = \pm\sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \pm\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} = \pm\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$.
4. 15° açısı 1. bölgede olduğu için kosinüs değeri pozitifdir. Bu nedenle $\cos(15^\circ) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$ bulunur.
6. $\sin(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1 - \cos(\alpha))/2}$
7. $\cos(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1 + \cos(\alpha))/2}$
8. $\tan(\alpha/2) = \sin(\alpha)/(1 + \cos(\alpha))$

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.