

Hiperbol Nedir? Özellikleri ve Denklemleri

Çalışma Kağıdı

Hiperbol, odak noktalarına uzaklıkları farkının mutlak değeri sabit olan noktaların kümesidir. Standart denklemleri, merkezine ve odaklarının konumuna göre değişir.

$$\frac{((x-h)^2)}{a^2} - \frac{((y-k)^2)}{b^2} = 1 \text{ veya } \frac{((y-k)^2)}{a^2} - \frac{((x-h)^2)}{b^2} = 1$$

(h,k) = Merkez

a = Tepe Noktaları Arası Mesafe Yarıısı

b = Sanal Eksen Yarıısı

c = Odak Uzaklığı Yarıısı

$c^2 = a^2 + b^2$ = Odak İlişkisi

Sorular

1. Merkezi $(1,2)$ olan ve $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ denklemiyle verilen hiperbolün odakları hangi eksen üzerindedir?

- A) x-ekseni
- B) y-ekseni
- C) Her iki eksen
- D) Hiçbiri

2. Hiperbolün odak uzaklığı yarıısı (c) ile tepe noktaları arası mesafe yarıısı (a) ve sanal eksen yarıısı (b) arasındaki temel bağıntı nedir?

- A) $c^2 = a^2 - b^2$
- B) $a^2 = b^2 + c^2$
- C) $c^2 = a^2 + b^2$
- D) $b^2 = a^2 + c^2$

3. Denklemi $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ olan hiperbolün tepe noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4
- B) 8
- C) 3
- D) 6

4. Merkezi orijinde $(0,0)$ olan ve odak noktaları $F_1(-5,0)$ ve $F_2(5,0)$ olan bir hiperbolün standart denklemini bulunuz. Tepe noktaları arasındaki uzaklık 6 birimdir.

5. Denklemi $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} = 1$ olan hiperbolün merkezini, odaklarını ve tepe noktalarını bulunuz.

6. Tanımla: Hiperbolün tanımı nedir?

7. Tanımla: Hiperbolün standart denklemi (merkez orijinde, odak x ekseninde) nasıldır?

8. Tanımla: Hiperbolün standart denklemi (merkez orijinde, odak y ekseninde) nasıldır?

Cevap Anahtarı

1. A) x-ekseni — Denklem $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ formunda olduğundan, odakları x-ekseni üzerindedir.
2. C) $c^2 = a^2 + b^2$ — Hiperbolde odak uzaklığı, tepe noktaları arasındaki uzaklık ve sanal eksen arasındaki ilişki $c^2 = a^2 + b^2$ şeklindedir.
3. B) 8 — Burada $a^2 = 16$ olduğundan $a = 4$ 'tür. Tepe noktaları arasındaki uzaklık $2a$ olduğundan $2 * 4 = 8$ birimdir.
4. 1. Odak noktalarının x ekseninde olması nedeniyle denklem $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ şeklindedir. 2. Odak uzaklığı $2c = 10$ olduğundan $c = 5$ 'tir. 3. Tepe noktaları arasındaki uzaklık $2a = 6$ olduğundan $a = 3$ 'tür. 4. $c^2 = a^2 + b^2$ ilişkisinden $5^2 = 3^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 9 + b^2 \Rightarrow b^2 = 16$ bulunur. 5. Denklem: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ olur.
5. 1. Denklem $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ formundadır. 2. Merkez $(h,k) = (0,0)$ 'dir. 3. $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$, $b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$ 'tür. 4. $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 16 = 41 \Rightarrow c = \sqrt{41}$ 'dir. 5. Odaklar y ekseninde olduğundan $F1(0, -\sqrt{41})$ ve $F2(0, \sqrt{41})$ 'dir. 6. Tepe noktaları $T1(0, -5)$ ve $T2(0, 5)$ 'tir.
6. İki sabit noktaya (odaklara) olan uzaklıkları farkının mutlak değeri sabit olan noktaların geometrik yeridir.
7. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
8. $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.