

Matematiksel Tümevarım Nedir?

Çalışma Kağıdı

Matematiksel tümevarım, bir önermenin tüm doğal sayılar için doğru olduğunu göstermek için iki temel adımdan oluşan bir ispat yöntemidir: temel adım ve tümevarım adımı.

Sorular

1. Matematiksel tümevarım ispatında temel adım neyi ifade eder?
 - A) Önermenin tüm doğal sayılar için doğru olduğunu varsaymak.
 - B) Önermenin $n=1$ için doğru olduğunu göstermek.
 - C) Önermenin $n=k+1$ için doğru olduğunu göstermek.
 - D) Önermenin $n=k$ için doğru olduğunu varsaymak.
2. Tümevarım adımında, önermenin $k+1$ için doğru olduğu nasıl gösterilir?
 - A) Doğrudan $k+1$ için doğruluğu kanıtlayarak.
 - B) $n=1$ için doğruluğunu göstererek.
 - C) Önermenin $n=k$ için doğru olduğunu varsayarak ve bu varsayımı kullanarak $n=k+1$ için doğruluğunu ispatlayarak.
 - D) Önermenin tüm doğal sayılar için doğru olduğunu söyleyerek.
3. Matematiksel tümevarım, aşağıdaki hangi tür ispatlarda yaygın olarak kullanılır?
 - A) Geometrik şekillerin alanlarını hesaplama.
 - B) Polinomların köklerini bulma.
 - C) Doğal sayılarla ilgili önermelerin doğruluğunu kanıtlama.
 - D) Trigonometrik fonksiyonların değerlerini bulma.
4. 1'den n 'ye kadar olan doğal sayıların toplamının formülünü matematiksel tümevarım ile ispatlayınız.
5. Her n doğal sayısı için $2^n > n$ olduğunu matematiksel tümevarım ile ispatlayınız.
6. Tanımla: Matematiksel Tümevarım Nedir?
7. Tanımla: Matematiksel Tümevarımın İlk Adımı Nedir?
8. Tanımla: Matematiksel Tümevarımın İkinci Adımı Nedir?

Cevap Anahtarı

1. B) Önermenin $n=1$ için doğru olduğunu göstermek. — Temel adım, ispatın başlangıç noktasıdır ve önermenin en küçük doğal sayı (genellikle $n=1$) için doğruluğunu kanıtlar.
2. C) Önermenin $n=k$ için doğru olduğunu varsayarak ve bu varsayımı kullanarak $n=k+1$ için doğruluğunu ispatlayarak. — Tümevarım adımının özü, 'eğer önerme k için doğruysa, o zaman $k+1$ için de doğrudur' ilkesini göstermektir. Bu, varsayımın (P_k doğru) kullanılarak sonucun (P_{k+1} doğru) ispatlanmasıyla yapılır.
3. C) Doğal sayılarla ilgili önermelerin doğruluğunu kanıtlama. — Matematiksel tümevarım, özellikle doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı önermelerin (eşitlikler, eşitsizlikler, bölünebilirlik vb.) evrenselliğini kanıtlamak için tasarlanmış bir yöntemdir.
4. 1. Temel Adım ($n=1$): $1 = 1(1+1)/2 = 1$. Önerme $n=1$ için doğrudur. 2. Tümevarım Adımı: Önermenin herhangi bir k doğal sayısı için doğru olduğunu varsayalım (P_k doğru). Yani, $1 + 2 + \dots + k = k(k+1)/2$. Şimdi önermenin $k+1$ için de doğru olduğunu göstermeliyiz (P_{k+1} doğru). Yani, $1 + 2 + \dots + k + (k+1) = (k+1)(k+2)/2$. Sol tarafı ele alalım: $(1 + 2 + \dots + k) + (k+1)$. Varsayımımızı kullanarak: $k(k+1)/2 + (k+1)$. Ortak paydaya getirip toplarsak: $[k(k+1) + 2(k+1)] / 2 = (k+1)(k+2) / 2$. Bu, önermenin $k+1$ için de doğru olduğunu gösterir. Sonuç: Matematiksel tümevarım ilkesine göre, önerme tüm doğal sayılar için doğrudur.
5. 1. Temel Adım ($n=1$): $2^1 > 1$ yani $2 > 1$. Önerme $n=1$ için doğrudur. 2. Tümevarım Adımı: Önermenin herhangi bir k doğal sayısı için doğru olduğunu varsayalım (P_k doğru). Yani, $2^k > k$. Şimdi önermenin $k+1$ için de doğru olduğunu göstermeliyiz (P_{k+1} doğru). Yani, $2^{k+1} > k+1$. Sol tarafı ele alalım: $2^{k+1} = 2 * 2^k$. Varsayımımızı kullanarak: $2 * 2^k > 2 * k$. Amacımız $2k > k+1$ olduğunu göstermek. Eğer $k \geq 1$ ise, $k > 1$ 'dir, dolayısıyla $2k > k+1$ olur. Bu nedenle, $2^{k+1} > 2k > k+1$ 'dir. Sonuç: Matematiksel tümevarım ilkesine göre, önerme tüm doğal sayılar için doğrudur.
6. Bir önermenin tüm doğal sayılar için doğru olduğunu kanıtlayan ispat tekniği.
7. Temel Adım: Önermenin en küçük doğal sayı (genellikle $n=1$) için doğruluğunu göstermek.
8. Tümevarım Adımı: Önermenin herhangi bir k doğal sayısı için doğru olduğunu varsayıp, $k+1$ için de doğru olduğunu göstermek.

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.