

Matrisler Kullanarak Doğrusal Denklem Sistemleri Çözümü

Çalışma Kağıdı

Doğrusal denklem sistemleri, matrisler yardımıyla katsayı matrisi, bilinmeyenler matrisi ve sabitler matrisine dönüştürülerek çözülebilir. Bu dönüşüm, Cramer kuralı veya ters matris yöntemi gibi matris cebri teknikleriyle sistemin çözümünü bulmayı sağlar.

beginpmatrix a_{11} & a_{12} & a_{21} & a_{22} endpmatrix beginpmatrix x & y endpmatrix = beginpmatrix b_1 & b_2 endpmatrix

A = Katsayılar Matrisi
X = Bilinmeyenler Matrisi
B = Sabitler Matrisi

Sorular

- Aşağıdaki denklem sisteminin matris formu aşağıdakilerden hangisidir? $3x - y = 5$, $x + 2y = -1$
A) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$
B) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- Eğer $AX = B$ ise ve A matrisinin tersi (A^{-1}) mevcut ise, X matrisi nasıl bulunur?
A) $X = B * A^{-1}$
B) $X = A^{-1} * B$
C) $X = B / A^{-1}$
D) $X = A * B$
- Bir doğrusal denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz ise, katsayılar matrisinin determinantı hakkında ne söylenebilir?
A) Pozitif olmalıdır.
B) Negatif olmalıdır.
C) Sıfır olmalıdır.
D) Herhangi bir reel sayı olabilir.
- $2x + 3y = 7$ ve $x - y = 1$ doğrusal denklem sistemini matris kullanarak çözünüz.
- $x + y + z = 6$, $2x - y + z = 3$, $x + 2y - z = 2$ doğrusal denklem sistemini matris kullanarak çözünüz.
- Tanımla: Doğrusal denklem sistemini matris formuna dönüştürmek için hangi matrisler kullanılır?
- Tanımla: Matris tersi yöntemi ile denklem sistemi çözümü formülü nedir?
- Tanımla: Cramer Kuralı hangi matrisin determinantına dayanır?

Cevap Anahtarı

1. A) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ — Katsayılar matrisinin sütunları bilinmeyenlerin katsayılarını, sabitler sütunu ise denklemlerin sağ tarafındaki değerleri içerir.
2. B) $X = A^{-1} * B$ — Matris çarpımında sıra önemlidir. X'i yalnız bırakmak için A^{-1} ile soldan çarpılır.
3. C) Sıfır olmalıdır. — Sonsuz çözüm veya çözüm olmaması durumu, katsayılar matrisinin determinantının sıfır olmasıyla ilişkilidir.
4. 1. Sistemi matris formuna dönüştürün: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$. 2. Katsayılar matrisinin tersini bulun: $A^{-1} = 1/(-2-3)$ $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 1/(-5) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. 3. $X = A^{-1}B$ formülünü kullanarak bilinmeyenleri bulun: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1/(-5) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} = 1/(-5) \begin{pmatrix} -7-3 \\ -7+2 \end{pmatrix} = 1/(-5) \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Sonuç: $x=2, y=1$.
5. 1. Sistemi matris formuna dönüştürün: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ (Bu örnek 3 bilinmeyenli olduğu için matris tersi yöntemi yerine Gauss-Jordan eliminasyonu daha uygundur, ancak konsepti göstermek için matris formuna dönüştürme adımı önemlidir. Tam çözüm için Gauss-Jordan eliminasyonu veya Cramer kuralı kullanılabilir).
6. Katsayılar Matrisi (A), Bilinmeyenler Matrisi (X) ve Sabitler Matrisi (B).
7. $AX = B$ ise $X = A^{-1}B$
8. Katsayılar matrisinin determinantına (D) ve bu determinantın belirli sütunlarının sabitler sütunu ile değiştirilmesiyle elde edilen determinantlara (D_x, D_y, D_z).

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.