

Lagrange Mekaniği Nedir?

Çalışma Kağıdı

Lagrange mekaniği, bir sistemin hareket denklemlerini, genelleştirilmiş koordinatlar ve hızlar cinsinden, enerjinin (özellikle kinetik ve potansiyel enerjinin) bir fonksiyonu olan Lagrange fonksiyonunu kullanarak türeten bir yaklaşımdır.

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) = T(\dot{q}_i, q_i, t) - V(q_i, t)$$

L = Lagrange Fonksiyonu (Joule (J))

T = Kinetik Enerji (Joule (J))

V = Potansiyel Enerji (Joule (J))

q_i = Genelleştirilmiş Koordinatlar (m, rad vb.)

$\dot{q}_i$ = Genelleştirilmiş Hızlar (m/s, rad/s vb.)

t = Zaman (s)

Sorular

1. Lagrange fonksiyonu hangi enerjilerin farkıdır?

- A) Potansiyel - Kinetik
- B) Kinetik - Potansiyel
- C) Toplam Enerji
- D) Sürtünme Enerjisi

2. Euler-Lagrange denklemi hangi türevleri içerir?

- A) Sadece zamana göre
- B) Sadece konuma göre
- C) Zamana ve konuma göre
- D) Sadece hıza göre

3. Lagrange mekaniği hangi prensibe dayanır?

- A) İş-Enerji Teoremi
- B) Sanal İş İlkesi
- C) Enerjinin Korunumu
- D) Momentumun Korunumu

4. Basit bir sarkaç için Lagrange denklemini türetin.

5. Bir eğik düzlemde kayan cismin hareketini Lagrange mekaniği ile analiz edin.

6. İki serbestlik dereceli bir sistemin (örneğin, iki kütleli bir zincir) hareket denklemlerini nasıl kurarsınız?

7. Tanımla: Lagrange Fonksiyonu (L) nedir?

8. Tanımla: Euler-Lagrange denklemi nedir?

9. Tanımla: Genelleştirilmiş koordinat ne demektir?

Cevap Anahtarı

1. B) Kinetik - Potansiyel — Lagrange fonksiyonu $L = T - V$ olarak tanımlanır, burada T kinetik enerji ve V potansiyel enerjidir.
2. C) Zamana ve konuma göre — Euler-Lagrange denklemi, Lagrange fonksiyonunun genelleştirilmiş hızlara ve zamana göre türevlerini içerir.
3. B) Sanal İş İlkesi — Lagrange mekaniği, sanal iş ilkesinin bir uzantısı olarak görülebilir.
4. 1. Sistemin kinetik (T) ve potansiyel (V) enerjilerini genelleştirilmiş koordinat (örneğin, sarkacın açısı θ) cinsinden ifade edin. 2. Lagrange fonksiyonunu $L = T - V$ olarak tanımlayın. 3. Euler-Lagrange denklemlerini kullanarak hareket denklemini elde edin: $d/dt (\partial L/\partial \dot{\theta}) - \partial L/\partial \theta = 0$.
5. 1. Kinetik (T) ve potansiyel (V) enerjiyi cismin konumu (örneğin, eğik düzlem boyunca x) cinsinden yazın. 2. $L = T - V$ Lagrange fonksiyonunu oluşturun. 3. Euler-Lagrange denklemlerini uygulayarak cismin ivmesini içeren hareket denklemini bulun.
6. 1. Sistemin kinetik ve potansiyel enerjisini her iki kütle için konumu ve hızları cinsinden ifade edin. 2. $L = T - V$ 'yi oluşturun. 3. Her bir serbestlik derecesi (örneğin, x_1, x_2) için ayrı ayrı Euler-Lagrange denklemlerini yazın.
7. Bir sistemin kinetik enerjisi (T) ile potansiyel enerjisinin (V) farkıdır: $L = T - V$.
8. Lagrange mekaniğinde hareket denklemlerini veren temel denklemdir: $d/dt (\partial L/\partial \dot{q}_i) - \partial L/\partial q_i = 0$.
9. Bir sistemin konfigürasyonunu tanımlamak için kullanılan bağımsız değişkenlerdir (örneğin, açı, mesafe).

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.