

Üstel Dağılım Nedir?

Çalışma Kağıdı

Üstel dağılım, belirli bir olayın gerçekleşmesi için gereken sürenin olasılık yoğunluğunu ifade eden sürekli bir olasılık dağılımıdır ve genellikle 'bekleme süresi'ni modeller.

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{(-\lambda x)}$$

$f(x; \lambda)$ = Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

λ = Oran parametresi (rate parameter) (1/zaman)

x = Olayın gerçekleşmesi için geçen süre (zaman)

e = Euler sayısı

Sorular

- Bir telefon hattına gelen çağrılar ortalama olarak dakikada 3 çağrı olduğu biliniyor. Bir sonraki çağrının gelmesi için 0.5 dakikadan az bekleme olasılığı nedir? ($\lambda = 3$ çağrı/dakika)
A) $1 - e^{(-1.5)}$
B) $e^{(-1.5)}$
C) $1 - e^{(-0.5)}$
D) $e^{(-0.5)}$
- Üstel dağılımın en önemli özelliklerinden biri nedir?
A) Sürekli ve simetrik olması
B) Hafızasızlık özelliği
C) Sadece tamsayı değerler alması
D) Negatif değerler alabilmesi
- Bir arızanın ortalama 500 saat sürdüğü bir sistemde, arızanın 500 saatten fazla sürmesi olasılığı nedir?
A) 0.5
B) 1
C) $1/e$
D) e
- Bir web sitesine gelen ziyaretçilerin ortalama olarak her 5 dakikada bir geldiğini varsayalım. Bir ziyaretçinin gelmesi için 10 dakikadan fazla bekleme olasılığı nedir?
- Bir üretim hattındaki bir parçanın arızalanması ortalama 1000 saat sürüyor. Bir parçanın 2000 saatten fazla çalışmama olasılığı nedir?
- Tanımla: Üstel dağılım hangi tür olayları modeller?
- Tanımla: Üstel dağılımın temel parametresi nedir ve neyi ifade eder?
- Tanımla: Üstel dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) nedir?

Cevap Anahtarı

1. A) $1 - e^{(-1.5)}$ — Olasılık $P(X < 0.5) = 1 - e^{(-\lambda x)} = 1 - e^{(-(3)(0.5))} = 1 - e^{(-1.5)}$ 'tir.
2. B) Hafızasızlık özelliği — Üstel dağılımın 'hafızasızlık' özelliği, geçmişte yaşanan sürenin gelecekteki olasılığı etkilememesi anlamına gelir.
3. C) $1/e$ — Burada $\lambda = 1/500$. $P(X > 500) = e^{(-\lambda x)} = e^{(-(1/500)*500)} = e^{-1} = 1/e$ 'dir.
4. Burada $\lambda = 1/5$ (dakika başına ziyaretçi). $P(X > 10) = \int_{10}^{\infty} \frac{1}{5} e^{(-x/5)} dx = [-e^{(-x/5)}]_{10}^{\infty} = 0 - (-e^{(-10/5)}) = e^{-2} \approx 0.135$ olur. Yani, bir ziyaretçinin gelmesi için 10 dakikadan fazla bekleme olasılığı yaklaşık %13.5'tir.
5. Burada $\lambda = 1/1000$ (saat başına arıza). $P(X > 2000) = e^{(-\lambda x)} = e^{(-(1/1000) * 2000)} = e^{-2} \approx 0.135$. Yani, bir parçanın 2000 saatten fazla çalışmama olasılığı yaklaşık %13.5'tir.
6. Ardışık olaylar arasındaki süreyi veya bir olayın gerçekleşmesi için geçen süreyi (bekleme süresi).
7. Oran parametresi (λ), birim zamanda olayın gerçekleşme oranıdır.
8. $f(x; \lambda) = \lambda e^{(-\lambda x)}$

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.