

Momentler Yöntemi ile Tahmin Nedir?

Çalışma Kağıdı

Momentler Yöntemi, bir olasılık dağılımının teorik momentlerini, örneklem momentlerine eşitleyerek parametreleri tahmin etme yöntemidir.

$$\text{beginaligned } E[X] &= \bar{X} \quad E[X^2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad \text{vdots} \quad \text{enda}$$

$E[X]$ = Teorik Birinci Moment (Ortalama)

$\bar{X}$ = Örneklem Birinci Moment (Örneklem Ortalaması)

$E[X^2]$ = Teorik İkinci Moment

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ = Örneklem İkinci Moment

Sorular

1. Momentler Yöntemi'nde, kaçinci momentlere kadar eşleştirme yapılır?
A) Sadece birinci moment (ortalama)
B) İkinci momentler
C) Parametre sayısı kadar moment
D) Tüm momentler
2. Eğer bir dağılımın tek parametresi θ ise, Momentler Yöntemi'nde hangi eşitlik kullanılır?
A) $E[X] = \theta$
B) $E[X^2] = \theta$
C) $E[X] = \bar{X}$
D) $E[X^2] = \frac{1}{n} \sum X_i^2$
3. Momentler Yöntemi ile tahmin edilen değerler her zaman...
A) ...en etkin tahmincilerdir.
B) ...tutarlı tahmincilerdir.
C) ...olabilirlik fonksiyonu maksimizasyonu ile aynıdır.
D) ...dağılımın gerçek parametreleridir.
4. Normal dağılımın parametrelerini (μ ve σ^2) Momentler Yöntemi ile tahmin ediniz.
5. Poisson dağılımının parametresi λ 'yı Momentler Yöntemi ile tahmin ediniz.
6. Tanımla: Momentler Yöntemi'nin temel prensibi nedir?
7. Tanımla: Momentler Yöntemi'nin avantajı nedir?
8. Tanımla: Momentler Yöntemi'nin dezavantajı olabilir mi?

Cevap Anahtarı

1. C) Parametre sayısı kadar moment — Bir dağılımın 'k' tane bilinmeyen parametresi varsa, bu parametreleri tahmin etmek için dağılımın ilk 'k' teorik momentini, ilk 'k' örneklem momentine eşitlemek gerekir.
2. A) $E[X] = \theta$ — Eğer tek parametre θ ise ve bu parametre dağılımın ortalamasına eşitse, $E[X] = \theta$ eşitliği kullanılarak θ 'nın tahmincisi $\bar{X}$ bulunur.
3. B) ...tutarlı tahmincilerdir. — Momentler Yöntemi genellikle tutarlı tahminciler üretir, ancak bu tahminciler her zaman en etkin (minimum varyanslı) olmayabilir ve genellikle Maksimum Olabilirlik (MLE) yöntemi daha etkindir.
4. 1. Normal dağılımın teorik momentlerini yazın: $E[X] = \mu$ ve $\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 = \sigma^2$. Buradan $E[X^2] = \sigma^2 + \mu^2$ elde edilir.,2. Örneklem momentlerini hesaplayın: Örneklem ortalaması $\bar{X}$ ve örneklem ikinci moment $1/n \sum X_i^2$.,3. Teorik ve örneklem momentlerini eşleştirin: $E[X] = \bar{X}$ implies $\mu = \bar{X}$.,4. İkinci momentler için: $E[X^2] = 1/n \sum X_i^2$ implies $\sigma^2 + \mu^2 = 1/n \sum X_i^2$.,5. μ yerine tahmincisi $\bar{X}$ 'i koyarak σ^2 için çözün: $\sigma^2 = 1/n \sum X_i^2 - \bar{X}^2$. Bu, örneklem varyansının bir formudur.
5. 1. Poisson dağılımının teorik ortalamasını yazın: $E[X] = \lambda$.,2. Örneklem ortalamasını hesaplayın: $\bar{X}$.,3. İki değeri eşleştirin: $E[X] = \bar{X}$ implies $\lambda = \bar{X}$.,4. Dolayısıyla, Poisson parametresi λ 'nın Momentler Yöntemi ile tahmincisi örneklem ortalamasıdır.
6. Teorik momentleri örneklem momentlerine eşitlemek.
7. Genellikle basit ve kolay uygulanabilir olmasıdır.
8. Evet, bazen tutarlı ama etkin olmayan tahminciler üretebilir.

Bounlu

Tüm kartlar, adım adım çözümler ve AI hoca desteği Notek uygulamasında.
Sınav tarihlerini Promy otomatik hatırlatıcıya çevirir.